I. Vályi Gyula Emlékverseny
1994. december 12.

VI. osztály

1. Ha $\frac{x}{y} = \frac{9}{10}$ akkor számítsuk ki az $\frac{5y - 4x}{3y - 2x}$ arányt!

2. Határozzuk meg az x, y, z, t számokat, amelyek egyenesen arányosak a 2, 3, 5, 7 számokkal és $7x + 5y + 3z + 2t = 116$.

3. Adottak az $\frac{x}{2} = \frac{y}{6}$ és $\frac{y}{2} = \frac{z}{2}$ aránypárok. Számítsuk ki az x, y és z számokat, ha $z - x = 260$.

4. Legyen $x = 3^{39} : (3^3 \cdot 3^{34}) - (3^2 + 3 \cdot 25) : 21$ és
$y = 25{,}502 \cdot 10^3 - 255 \cdot 10^2 - 0{,}2 \cdot 10$.
Számítsuk ki az $x + y$; $x - y$; $x \cdot y$; $x : y$; $y : x$; x^y ;y^x értékeket.

5. Melyik szám a nagyobb 5^{75} vagy 4^{100}?

6. Az AOB∢ és BOC∢ egymás melletti szögek úgy, hogy m(AOB∢) = 120º és m(BOC∢) = 90º.
a).Számítsuk ki az AOC∢ mértékét!
b).Mennyi m(MON∢) ?
c).Legyen [OA’ az [OA - val ellentétes félegyenes. Számítsuk ki m(BOA’∢)–t!

7. Az O pontból kiinduló [OA, [OB, [OC, [OD, [OE, [OF félegyenesek egy irányban úgy helyezkednek el, hogy m(AOB∢) = 63º, [OC $\perp$ [OA, B, O, D illetve C, O, E kollineáris pontok és m(EOF∢) = 0,(3) · m(COD∢). Számítsuk ki a COD∢, EOF∢ és FOA∢ szögek mértékét!

8. Egy kutya 15 m távolságban megpillant egy nyulat. A nyúl 2 perc alatt 500 m-t futott, a kutya pedig 5 perc alatt 1300 m-t. Hány perc múlva éri utol a kutya a nyulat?

1. Adottak a következő halmazok:

$$A = \{x \in Z \mid |x-1| \le 2\}$$
$$B = \{x \in N \mid x = 5-k;\quad k \in N\}$$
$$C = \left\{x \in N \mid x = \frac{2k-7}{k-2};\quad k \in Z\right\}$$
$$D = \{x \in R \mid |x+3| - 2x + 6 = 0\}$$

a). Mi a logikai értéke a következő kijelentéseknek:
$C \subset A$, $C \subset B$, $D \subset A$?

b). Határozzuk meg a következő halmazok elemit:
$A \cap B$, $B \cap C$, $A \cap B \cap C \cap D$, $B \setminus A$, $C \setminus B$, $A \setminus D$

2. Mutassuk ki, hogy az $a = 5^{2n+3} \cdot 9^n + 3^{2n+1} \cdot 25^n$ osztható 28800-al, ha $n \in N^*$

3. Az ABCD paralelogramma átlóinak metszéspontja O.
a) Az AC átlón vegyük fel az E és F pontokat úgy, hogy [OE]≡[OF]≡[OB]. Milyen négyszög az EBFD ?
b) A BD átlón vegyük fel az OG és OH szakaszokat, melyek kongruensek az OA szakasszal. Mit tudunk mondani az AGCH négyszögről?
c) Milyen helyzetűek az AGCH négyszög oldalai az EBFD négyszög oldalaihoz viszonyítva?
d) Milyen négyszög kell legyen az ABCD ahhoz, hogy EBFD négyzet legyen?

4.a) Az ABCD egyenlő szárú trapéz AB nagyalapja a CD kislap kétszerese és CD = BC = AD = a. Mutassuk ki, hogy az átlók a nagyalapon fekvő szögek szögfelezői.
b) A trapéz szárainak meghosszabbításai az M pontban metszik egymást. A trapéz kisalapja az AMB háromszög középvonala. Határozzuk meg a trapéz szögeinek mértékét és igazoljuk, hogy az átlók merőlegesek a trapéz száraira.

1. Ha egy 30^0-os szöget négyszeres nagyítású nagyítóval nézünk, mekkora szöget látunk?

2. Oldjuk meg az $|x-5|-|x-6|=|x-1|$ egyenletet.

3. Egy számnak és 25-nek a mértani középértéke 15. Melyik ez a szám és mennyi ennek a számnak és 25-nek a számtani középértéke?

4. Oldjuk meg az
$$\begin{cases} \dfrac{3}{2x+3y-40}=\dfrac{5}{3x+y-25} \\ \dfrac{7}{5x-y-15}=\dfrac{4}{x-2y-15} \end{cases}$$
egyenletrendszert.

5. Adott az *A,B,C,D* négy nem egy síkban levő pont, úgy hogy *AB*=*BC*=*CD*=*DA*. Legyenek *M* és *N* az *AC* illetve a *BD* szakaszok felezőpontjai. Mutassuk ki, hogy *MN* merőleges az *AC*-re és a *BD*-re!

6. Az *ABCD* téglalap *C* csúcsába egy merőlegest emelünk a téglalap síkjára, melyen felvesszük az *M* pontot úgy, hogy az *MAC* szög 30^0-os legyen. Ha *AB*=a$\sqrt{3}$ és *BC*=a, akkor
a). Igazoljuk, hogy az *ABM* háromszög derékszögű
b). Számítsuk ki a BMD háromszög területét
c). Az *ABCD* téglalap átlóinak metszéspontja *O*. Ebbe a pontba a téglalap síkjára emelt merőleges az *AM*-et *E*-ben metszi. Határozzuk meg az *EMB* háromszög természetét.