

V. osztály

1. Rendezzük csökkenő sorrendbe az

$$x = 2^{883} - 2^{882} - 2^{881}$$

$$y = 5^{442} - 2^2 \cdot 5^{441} - 3 \cdot 5^{440}$$

$$z = 18 \cdot \left[(3^2)^9 \right]^{49} \text{ számokat.}$$

2. Egy csomag kanasza kártyában 55 darab kártya van és ennek összértéke 394. Mennyi az értéke annak a 3 joker kártyának külön-külön, ha mindegyik kártya értéke megegyezik a rajta levő számmal és $A = 1$, $J = 11$, $Q = 12$, $K = 13$ értékkel. (Tudva azt, hogy egy csomagban a következő feliratú kártyák találhatók $A, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K$, és mindegyikből külön-külön 4 darab van).
3. Bence és Zsóka kétpöttyös és hétpöttyös katicabogarakat gyűjtöttek és azokon összesen 99 pöttyöt számoltak meg. Érdekes, mondja Zsóka, nekem ugyanannyi a hétpöttyös katicám, mint a te kétpöttyösöd, és a kétpöttyösödből is ugyanannyi van mind neked a hétpöttyösödből. Nekem pedig, mondja Bence, ötten több hétpöttyösöm van, mint kétpöttyös katicám.
Hány hétpöttyös katicát fogott Bence?
4. Végezzük el a következő műveleteket:

$$2 + 3 \cdot \left\{ 4 + 5 \cdot \left[(2^3 \cdot 3^2 \cdot 5)^2 : (2^5 \cdot 3^3 \cdot 5^2) - 6 \right] \right\} =$$

1. Igazoljuk, hogy:

$$(2^{2n+1} \cdot 3^{2n+2} + 4^{n+1} \cdot 3^{2n+1} + 2^{2n} \cdot 9^{n+1}); 78, \text{ ha } n \in \mathbb{N}^*$$

2. Számítsuk ki

$$\frac{1}{9 \cdot 12} + \frac{1}{12 \cdot 15} + \frac{1}{15 \cdot 18} + \dots + \frac{1}{69 \cdot 72} =$$

3. Az iskolában egy ünnepélyre, a jutalomcsomagokba vásároltak ceruzát, golyóstollat, füzetet, és könyvet, összesen 1600 darabot.

Hány darabot vásároltak mindegyikből, ha a ceruzák száma $\frac{5}{11}$ -e a többinek, golyóstoll annyi van mint az összes többi száma, a füzetek száma $\frac{1}{7}$ -e a többiének és a könyvek száma $\frac{1}{15}$ -e a ceruzák, golyóstollak és füzetek számának összesen?

4. Az $[OA, [OB, [OC, [OD, [OE, [OF, [OG$ félegyenesek az óramutató járásával ellentétes irányban, ebben a sorrendben, úgy helyezkednek el, hogy $m(\angle AOB) = 30^\circ 46' 57''$, a $\angle BOC$ α szög egyharmada az $\angle AOB$ - α kiegészítő szögének, $\angle COD$ α pót szöge az $\angle AOB$ - α szögnek, $\angle BOC$ - α és $\angle EOF$ - α szögek csúc szögek, OG pedig szögfelezője az $\angle FOA$ α szögnek.
Számítsuk ki a $\angle BOC$ - α , $\angle COD$ - α , $\angle DOE$ - α és $\angle GOA$ - α szögek mértékszámait!

1. Igazoljuk, hogy:

$$\frac{31}{66} < \frac{1}{3} + \frac{1}{12} + \frac{1}{27} + \frac{1}{48} + \dots + \frac{1}{300} < \frac{19}{30}$$

2. Számítsuk ki $\frac{x}{y}$ és $\frac{x}{z}$ értékét, ha $x, y, z \in \mathbb{N}$,

$$\frac{x}{y} + \frac{x}{z} = 1\frac{23}{40} \quad \text{és} \quad \frac{y}{z} = \frac{4}{5}$$

3. Az $ABCD$ trapézban $AB \parallel CD$, $AB = 2a$, $CD = BC = a$ és $AD = b$. Ha $AD \cap BC = \{E\}$, $BD \cap AC = \{F\}$ és $EF \cap AB = \{P\}$.

a. Számítsuk ki az ABE háromszög területét.

b. Igazoljuk, hogy $DP \parallel BE$ és $CP \perp BD$ -re.

4. Az ABC háromszögben $m(\widehat{CAB}) = 90^\circ$, $m(\widehat{ABC}) = 30^\circ$,

$AB = 10\sqrt{3}$ cm és $AC = 10$ cm.

Jelöljük M -el A -nak BC -re való szimmetrikusát, $AM \cap BC = \{D\}$

és $MN \perp AB$, $MN \cap BC = \{P\}$.

a) Igazoljuk, hogy: $DM = \frac{MB}{2}$, $DN \parallel BM$, $CD = \frac{PB}{2}$

b) Számítsuk ki a DM , és az AP szakaszok hosszát, valamint az $APMC$ négyszög területét és területét!

1. Határozzuk meg az összes olyan p számot, amelyre $4p+1$ egy köbszám.
2. Legyen a, b, c és d négy, 0 - tól különböző valós szám. Bizonyítsuk be, hogy ha

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} = 0, \text{ akkor fennáll az}$$

$$\frac{a+b+c}{d} + \frac{a+b+d}{c} + \frac{a+c+d}{b} + \frac{b+c+d}{a} + 4 = 0$$

3. Az ABC háromszög G súlypontján keresztül megszerkesztünk egy d egyenest, amely az AB, AC egyeneseket M , illetve N pontokban metszi. Igazoljátok, hogy: $\frac{MB}{MA} + \frac{NC}{NA} = 1$.

4. Egy $ABCA'B'C'$ szabályos háromoldalú hasáb BC és CC' éleinek felezőpontjait jelöljük N és M -el. Tudjuk, hogy

$$AB = 4\sqrt{3} \text{ cm és } AA' = 2\sqrt{13} \text{ cm}$$

- a. Számítsuk ki az MN és $A'C'$ egyenesek által alkotott szög szinuszt,
- b. Ha $MP \perp A'C', P \in A'C'$ és $PQ \perp AB, Q \in AB$, határozzuk meg a PQ egyenesnek az alapsíkkal alkotott szögének tangensét!