VIII. osztály

1. Az $\frac{5}{7}$ értékű tizedestört alakjában milyen számjegy áll a tizedesvessző utáni 2008. helyen, és mennyi az első 2008 tizedesjegy összege?

2. Egy autó $\frac{3}{2}$ óra alatt 180 km utat tett meg, egy másik autó $\frac{2}{3}$ óra alatt 90 km utat tett meg. Melyik autó haladt gyorsabban?

3. Egy dobozban összesen 28 golyó van, ezek fehérek és piros színűek. Tudjuk, hogy legkevesebb 13 golyót kell kivennünk ahhoz, hogy biztosan legyen közöttük 3 fehér. Hány fehér golyó van a dobozban?

4. Az $\widehat{AOB}$, $\widehat{BOC}$, $\widehat{COD}$, $\widehat{DOE}$ és $\widehat{EOA}$ egy pont körüli szögek.
Tudjuk, hogy
$m\left(\widehat{BOC}\right) = 2m\left(\widehat{AOB}\right), m\left(\widehat{COD}\right) = 2m\left(\widehat{BOC}\right) = m\left(\widehat{DOE}\right)$ és
$\widehat{EOA} \equiv \widehat{AOB}$
   a) Határozzuk meg a szögek mértékét!
   b) Legyen $(OX$ és $(OY$ a $\widehat{BOC}$ illetve $\widehat{COD}$ szögek szögfelezői.
   Igazold, hogy $\widehat{XOY}$ derékszög.

1. Adottak az $A = \{x \in Z / |x-1| = 2\}$ és
   $B = \{x \in Z / |2x-1| \geq n, n \in N\}$ halmazok. Határozzuk meg az n értékét úgy, hogy $A \cap B = \{3\}$ legyen.

2. Egy matematika versenyen 100 tanuló vett részt. A versenyen 3 feladatot kellett megoldani. Mindenki megoldott legalább egy feladatot. 43-an megoldották az első feladatot, 57-en a másodikat, 60-an pedig a harmadikat. Az első és második feladatot 25-ön, a másodikat és harmadikat 27-en, az elsőt és harmadikat pedig 23-an oldották meg.
   a) Hány tanuló oldott meg minden feladatot?
   b) Hányan oldották meg csak az első és második feladatot?
   c) Hányan oldották meg csak a harmadik feladatot?

3. Igazoljuk, hogy:

$$\sqrt{2+\sqrt{2}}+\sqrt{6+\sqrt{6}}+\sqrt{12+\sqrt{12}}+\sqrt{20+\sqrt{20}}+\sqrt{30+\sqrt{30}}<20$$

4. Az ABC derékszögű háromszögben

$m\left(\hat{A}\right) = 90^\circ, m\left(\hat{C}\right) = 30^\circ, AD \perp BC, D \in BC$ és AM az átfogó oldalfelező egyenese. Legyen $N \in (AM)$ úgy, hogy $[AN] \equiv [NM]$. Ha NP||BC, $P \in (AB), AM = 12cm$, határozzátok meg a $BDNP$ és $BMNP$ négyszögek természetét és számítsátok ki kerületüket.

1. Oldjuk meg a valós számok halmazán az $a \cdot |x-1| + ax = x + 2$ egyenletet, ahol az a valós paraméter.

2. Bizonyítsuk be, hogy tetszőleges 5 egymás után következő egész szám négyzetének összege mindig osztható 5-tel.

3. Legyen $a = \sqrt{8 - 2\sqrt{15}} - \sqrt{8 + 2\sqrt{15}}$.
   a) Bizonyítsd be, hogy $a^2 = 12$.
   b) Számítsd ki az $\left(a + 2\sqrt{3}\right)^{2001}$ értékét!

4. Az *ABCD* rombusz és az *ADE* egyenlő oldalú háromszög különböző síkokban találhatók. Ha *M* és *N*-el jelöljük az *(AE)* és *(ED)* egyenesek felezőpontjait és *O*-val a rombusz középpontját, akkor határozzuk meg az *(MNO)* és (*BEC)* síkok relatív helyzetét és számítsuk ki az *MNO* és *BEC* háromszögek területeinek arányát.