VÁLYI GYULA MATEMATIKA KÖR

VI. OSZTÁLY 2015 január 9

Törtek. Műveletek törtekkel

1) Keressétek meg a legnagyobb valódi törtet, amelynek alakja: $\frac{\overline{ab2}}{\overline{23a}}$
2) Mutassuk ki, hogy az alábbi törtek irreducibilisek:

   a) $\frac{10n+3}{15n+4}$; b) $\frac{8n-9}{9n-10}$; c) $\frac{2n+1}{5n+3}$; d) $\frac{9n+4}{7n+3}$

3) Határozzuk meg a $\frac{123+\overline{4xy}}{\overline{5yx}}$ alakú legnagyobb valódi törtet!
4) a) Mennyivel kell bővíteni a $\frac{3}{5}$ törtet azért, hogy a nevező és a számláló külömbsége 20 legyen!
   b) Kerresétek meg azokat a számokat, amelyek külömbsége és hányadosa is 5.
   c) Hány cicátok van otthon? A cicák számának $\frac{3}{4}$-de és egy cicának a $\frac{3}{4}$-de egyenlő a cicák számával.
   d) Egy ceruzának hányad része maradt meg, ha a megmaradt rész $\frac{2}{3}$-da egyenlő az elhasznált rész $\frac{3}{2}$-vel?
   e) Egy lány életkora ezelőtt 11 évvel az anyja életkorának $\frac{1}{3}$-val volt egyenlő. Két év múlva pedig életkora egyenlő lesz az anyja életkorának felével. Hány évesek most?

5) Diofantosz görög matematikus sírfeliratán a következő adatok szerepelnek:
   - gyerekkora életkorának $\frac{1}{6}$-val egyenlő
   - miután még gyerekkorának $\frac{1}{12}$-ed része eltelt megnősült
   - nősülése után még eltelt életének $\frac{1}{7}$-ed része, amikor fia megszületett
   - még eltelt 5 év
   - a fia életkora az apja életkorának felével volt egyenlő
   - az öreg Diofantosz még 4 évet élt fia halála után

   Hány eves korában halt meg Diofantosz?

6) Egy tojáskereskedő eladta a tojásmennyiségének $\frac{3}{4}$-ét és még $\frac{1}{4}$-ed tojást, majd a maradék tojás $\frac{3}{4}$-ét és plusz még $\frac{1}{4}$-ed tojást. A harmadik és a negyedik hasonló eladás után nem maradt egy tojása sem. Hány tojást adott el?

7) a) Hány $\frac{\overline{a3b2}}{\overline{246c}}$ alakú tört egyszerűsíthető 18-al? Határozzuk meg $x\epsilon\mathbb{N}^*$-et úgy, hogy $\frac{4x+3}{7x+6}$ legyen reducibilis.

   b) Határozzátok meg $x\epsilon\mathbb{N}^*$-et úgy, hogy $\frac{x+5}{x+3}$ és $\frac{x+7}{x+11}$ reducibilisek legyenek!

   c) Adottak az $m = \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{13}{14}\cdot\frac{15}{16}$ és az $n = \frac{2}{3}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{6}{7}\cdot\ldots\cdot\frac{14}{15}$ számok. Hasonlítsuk össze m-et n-el és m^2-et $m\cdot n$-el.

   d) Határozzátok meg $\overline{abc}$-ét, ha $\frac{2a+b}{5} = \frac{3b+c}{6} = \frac{3c+2a}{9}$.

   e) Ha $a+b+c=7$ és $\frac{1}{a+b}+\frac{1}{b+c}+\frac{1}{a+c}=\frac{9}{10}$ akkor számítsu ki: $\frac{a}{b+c}+\frac{b}{a+c}+\frac{c}{a+b}$-t.

   f) Legyen $x = \frac{1}{3}\cdot\frac{5}{7}\cdot\frac{9}{11}\cdot\ldots\cdot\frac{2009}{2011}$ és $y = \frac{3}{5}\cdot\frac{7}{9}\cdot\frac{11}{13}\cdot\ldots\cdot\frac{2011}{2013}$. Hasonlítsuk össze az x és az y számokat!

Megoldottuk orán: 1,2ab,3, 4c,5,7ce, 9a, 11

A feladatokat válogatta és a köri tevékenységet irányította: Székely Enikő

Házi feladat a következő hétre: 2cd, 4ab,7ab, 11, 12

8) a) Határozzuk meg az $\overline{abcd}$ számot úgy, hogy: $\frac{\overline{abcd}}{\overline{ab}+\overline{cd}}$ tört értéke minimális és maximális legyen!

b) Határozzuk meg $a, b, c \in \mathbb{N}^*$-ot úgy, hogy $+\frac{1}{b+\frac{1}{c}} = \frac{30}{13}$.

c) Határozzuk meg $a, b \in \mathbb{N}^*; a \neq b$ számokat úgy, hogy $\overline{0,a(b)} = \frac{a}{b}$.

d) Ha $a, b, c \in \mathbb{Q}_+^*$ úgy, hogy $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c} \in \mathbb{N}$ és $\frac{a}{2b+3c} = \frac{2b}{a+3c} = \frac{3c}{a+2b}$. Számítsuk ki $(a+b+c)^{\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)}$-et.

9) Számítsuk ki:

a) $\frac{211}{112}+\frac{211211}{112112}+\frac{211211211}{112112112}$

b) $\frac{210}{112}+\frac{210210}{112112}+\frac{210210210}{112112112}$

c) $\frac{55555}{33333}-\frac{33333}{55555}$

d) $\frac{1212}{1515}-\frac{1818}{3636}$

e) $\frac{3}{81}+\frac{6}{81}+\frac{9}{81}+\ \ldots+\frac{237}{81}+\frac{240}{81}$

10) Számítsuk ki x-et: $\frac{1+2+3+\cdots+2004}{2+4+6+\cdots+2004} = \frac{2x-1}{x}$.

11) Egyszerűsítsük: $\frac{2^n \cdot 3^{n+1}+2^{n+2} \cdot 3^n}{3^n \cdot 5^{n+1}+3^{n+2} \cdot 5^n}$.

12) Adottak: $a = 2^{n+12} : (2^3)^4 + 3^n : 9^n;\ n \in \mathbb{N}^*$

$b = \frac{49 \cdot 14^n + 22^n \cdot 11}{11^{n+1}+7^{n+2}};\ n \in \mathbb{N}^*$

$c = 2^{n+3}-2^{n+2}-2^{n+1}-2^n-2^0$.

a) Számítsuk ki a, b, c-t

b) Milyen tizedes tört $\frac{1}{a \cdot b}+\frac{2}{b \cdot c}-\frac{3}{a \cdot c}$

13) Határozzuk meg a legkissebb a, b, c természetes számokat úgy, hogy $\frac{a}{b} = \frac{5b}{7c} = \frac{7c}{5a}$; $a, b, c \in \mathbb{N}^*$.

14) a) Számítsuk ki: $1\frac{1}{2} \cdot 1\frac{1}{3} \cdot 1\frac{1}{4} \cdot 1\frac{1}{5} \cdot \ldots \cdot 1\frac{1}{1000}$

b) Mutassuk ki, hogy: $A = (2+4+6+\cdots+4026) \cdot \left(\frac{1}{1 \cdot 2}+\frac{1}{2 \cdot 3}+\cdots+\frac{1}{2013 \cdot 2014}\right)$ teljes négyzet!

c) Határozzuk meg $n \in \mathbb{N}^*$ úgy, hogy: $\frac{1}{1 \cdot 3}+\frac{1}{3 \cdot 5}+\frac{1}{5 \cdot 7}+\cdots+\frac{1}{n \cdot (n+2)} = \frac{1002}{2005}$

15) Számítsuk ki az a és b számok számtani közepét, ahol:

a) $a = \frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{2011}$ és $b = \frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+\cdots+\frac{2010}{2011}$

b) $a = \frac{1}{1 \cdot 2}+\frac{1}{2 \cdot 3}+\cdots+\frac{1}{2011 \cdot 2012}$ és $b = \left(1-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(1-\frac{1}{3}\right) \cdot \ldots \cdot \left(1-\frac{1}{2012}\right)$

Megoldottuk órán: 1,2ab,3, 4c,5,7ce, 9a, 11

A feladatokat válogatta és a köri tevékenységet irányította: Székely Enikő

Házi feladat a következő hétre: 2cd, 4ab,7ab, 11, 12