Kongruens Δ-ek módszere ; 01.16.2015

1* Legyen ABC és DEF két háromszög, amelyekben $AB = 4$ cm, $m(ABC\sphericalangle) = 50°$, $BC = \frac{3}{2}AB$, $EF = 6$ cm, $m(DEF\sphericalangle) = 50°$ és $DE = \frac{2}{3}EF$. Igazoljátok, hogy: $[AC] \equiv [DF]$, $BAC\sphericalangle \equiv EDF\sphericalangle$ és $ACB\sphericalangle \equiv DFE\sphericalangle$.

2* Az A, B, C helységeket a térképen pontok jelölik. Ha $ABC\sphericalangle \equiv BAC\sphericalangle$, igazoljátok, hogy az A és B helységek egyenlő távolságra vannak a C helységtől.

3** Legyen A, B, C, D négy pont úgy, hogy $[AB] \equiv [BC] \equiv [CD] \equiv [DA]$. Igazoljátok, hogy $ABC\sphericalangle \equiv ADC\sphericalangle$ és $BAD\sphericalangle \equiv BCD\sphericalangle$.

4* Legyen $A \in [Ox$, $B \in [Oy$, $C \in [Oz$ úgy, hogy $[OA] \equiv [OC]$. Ha $[Oy$ az $XOZ\sphericalangle$ szögfelezője, igazoljátok, hogy $[AB] \equiv [CB]$.

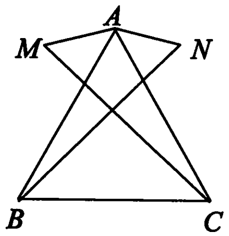
5** Legyen $ABC\Delta \equiv DEF\Delta$. A $B\sphericalangle$ és $C\sphericalangle$ szögfelezői M-ben metszik egymást, az $E\sphericalangle$ és $F\sphericalangle$ szögfelezői pedig N-ben metszik egymást. Igazoljátok, hogy $BMC\sphericalangle \equiv ENF\sphericalangle$.

6** Az 1. ábrán: $[AB] \equiv [AC]$, $BAM\sphericalangle \equiv CAN\sphericalangle$ és $[AM] \equiv [AN]$. Igazoljátok, hogy:

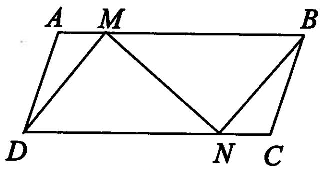
a) $AMB\Delta \equiv ANC\Delta$; b) $ABN\sphericalangle \equiv ACM\sphericalangle$.

7** Az ABC egyenlő szárú háromszögben, $[AB] \equiv [AC]$, felvesszük a $D \in [BC]$ pontot. Igazoljátok, hogy $[DB] \equiv [DC]$ akkor és csakis akkor ha $BAD\sphericalangle \equiv CAD\sphericalangle$.

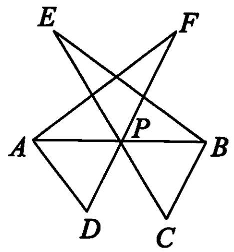
8*** A 2. ábrán: $[AB] \equiv [CD]$, $[AM] \equiv [CN]$, $[AD] \equiv [BC]$ és $DAM\sphericalangle \equiv BCN\sphericalangle$. Bizonyítsátok be, hogy $DMN\sphericalangle \equiv MNB\sphericalangle$.



1. ábra



2. ábra



3. ábra

9*** A 3. ábrán, $[EC] \cap [FD] \cap [AB] = \{P\}$, P az AB felezőpontja, $[EP] \equiv [FP]$, $[PC] \equiv [PD]$ és $[PB$ az $FPC\sphericalangle$ szögfelezője. Igazoljátok, hogy:

a) $[AF] \equiv [BE]$; b) $[AD] \equiv [BC]$.

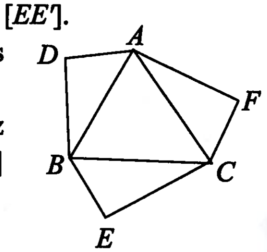
10** Adottak az $ABC\Delta \equiv DEF\Delta$. Az $ABC\sphericalangle$ szögfelezője az AC oldalt B'-ben metszi és a $DEF\sphericalangle$ szögfelezője DF-et E'-ben metszi. Igazoljátok, hogy $[BB'] \equiv [EE']$.

11* A 4. ábrán $ABC\Delta$ egyenlő oldalú, $[AD] \equiv [BE] \equiv [CF]$ és $[AF] \equiv [BD] \equiv [CE]$. Bizonyítsátok, hogy $D\sphericalangle \equiv E\sphericalangle \equiv F\sphericalangle$.

12** Legyen az ABC egyenlő szárú háromszög, $[AB] \equiv [AC]$ és az $M, N \in (AB)$, $P, Q \in (AC)$ pontok úgy, hogy $[AM] \equiv [MN] \equiv [NB]$ és $[AP] \equiv [PQ] \equiv [QC]$. Igazoljátok, hogy:

a) $[NP] \equiv [QM]$;

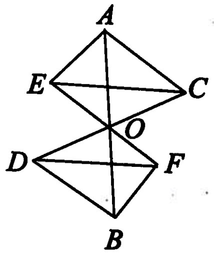
b) $BQM\Delta \equiv CNP\Delta$.



4. ábra

13*** Az ABC háromszög $[AB]$ és $[AC]$ oldalain felvesszük a P és S pontokat az $[AB]$-n, Q és T pontokat pedig az $[AC]$-n úgy, hogy $[AP] \equiv [AQ]$ és $[AS] \equiv [AT]$. Ha $PT \cap SQ = \{I\}$, igazoljátok, hogy $[AI$ a $BAC\sphericalangle$ szögfelezője.

14** Az 5. ábrán, O az $[AB]$, $[CD]$ és $[EF]$ szakaszok felezőpontja. Igazoljátok, hogy $AEC\Delta \equiv BFD\Delta$.



5. ábra

15*** Legyenek az $XOZ\sphericalangle$ és $YOT\sphericalangle$ szögek úgy, hogy: $m(XOZ\sphericalangle) = m(YOT\sphericalangle) = 90°$, $[OY \subset int(XOZ\sphericalangle)$ és $[OZ \subset int(YOT\sphericalangle)$. Legyen $A \in [OX$, $B \in [OY$, $C \in [OZ$, $D \in [OT$ úgy, hogy $[OA] \equiv [OC]$ és $[OB] \equiv [OD]$.

a) Igazoljátok, hogy $[AB] \equiv [CD]$;

b) Ha $[AB] \equiv [BC]$, számítsátok ki $m(XOT\sphericalangle)$.

16*** Legyen $[AB]$ és $[CD]$ két szakasz, melyeknek felezőpontja O. Ha M az $[AC]$ felezőpontja és $[MO] \cap [BD] = \{P\}$, igazoljátok, hogy:

a) $[MA] \equiv [BP]$; b) $AC = 2DP$.

17^{AM} Az A és B pontok egy folyó két partján elhelyezkedő két fát jelölnek. Egy tanuló, aki az A fával egy oldalon van, egy szögmérővel és egy mérőszalaggal rendelkezik és meg akarja határozni a két fa közti távolságot a másik partra való átkelés nélkül. Hogy tudja ezt megvalósítani?

18^{AM} Az A és B pontok két fát jelölnek egy folyónak ugyanazon a partján. Egy tanuló, a másik parton, egy szögmérővel és egy mérőszalaggal akarja meghatározni a két fa közti távolságot a folyón való átkelés nélkül. Hogyan kell eljárjon?

Házi feladat

1, 2, 3, 4, 5, 11, 13