Vályi Gyula Matematikakör, 2014. nov. 21.

VIII. osztály

Házi feladat

1. Az ABCD rombusz és az ADE egyenlő oldalú háromszög különböző síkokban vannak. Jelöljük M-mel és N-nel az AE és ED oldalak felezőpontjait, O-val pedig az AC és BD átlók metszéspontját. Bizonyítsuk be, hogy az (MNO) és (BEC) síkok párhuzamosak, és számítsuk ki az MNO és BEC háromszögek területeinek arányát.
2. Adottak az $\propto$ és β párhuzamos síkok és a síkokon kívül fekvő A pont. Az A ponton átmenő **d** egyenes az $\propto$ síkot B pontban és a β síkot C pontban metszi, úgy hogy $AB = 5$ cm és $BC = 8$ cm. A β síkban felveszünk egy D pontot úgy, hogy $CD = 39$ cm. Ha az AD egyenes az $\propto$ síkot E-ben metszi, bizonyítsuk be, hogy BE párhuzamos a β síkkal és számítsuk ki a BE hosszát.
3. Az ABCD paralelogramma és a CDE egyenlő oldalú háromszög különböző síkokban fekszenek. Legyen F az AD oldal felezőpontja, G a CDE háromszög súlypontja. Az FC és BD egyenesek az M pontban metszik egymást. Bizonyítsuk be, hogy: MG // (ADE) és $MG = \frac{1}{3} AE$.
4. Adott az ABCDA'B'C'D' kocka. Jelöljük O_1-gyel az ABCD átlóinak metszéspontját, O_2-vel az A'B'C'D'- és O_3-mal az ADD'A' átlóinak metszéspontját. Határozzuk meg az $(O_1O_2O_3)$ és (ABB') síkok egymáshoz viszonyított helyzetét. Ha AB = 2a számítsuk ki az $O_1O_2O_3$ háromszög és az ABB'A' négyzet területeinek arányát.
5. Az ABCD A'B'C'D' téglatestben M és P az AB, illetve D D' élek felezőpontjai. Bizonyítsuk be, hogy:
   a) BC // (ADD'); b) BC' // (AA'D'); c) BD' // (APC); d) BD' // (A'MD).
6. Az MABC tetraéderben jelöljük E, F és G-vel az MBC, MAC és MAB háromszögek súlypontjait. Bizonyítsuk be, hogy az (EFG) és (ABC) síkok párhuzamosak és számítsuk ki az EFG és ABC háromszögek területeinek arányát.
7. Az A, B, C és D pontok nincsenek egy síkban (nem koplanárisak).Az AB szakaszon felvesszük az M pontot, melyen keresztül egy $\propto$ síkot fektetünk. Tudjuk, hogy: $\propto$ // AD és BC // $\propto$. Az $\propto$ sík metszi a BD, DC és CA egyeneseket az N, P és R pontokban. Legyen AM = x cm és adott AB = 8 cm, AD = 10 cm és CB = 15 cm. Számítsuk ki az MNPR négyszög kerületét.

A feladatokat válogatta és a feladatlapot összeállította: Sebestyén Júlia

Vályi Gyula Matematikakör, 2014. nov. 21.

VIII. osztály

Házi feladat

1. Az ABCD rombusz és az ADE egyenlő oldalú háromszög különböző síkokban vannak. Jelöljük M-mel és N-nel az AE és ED oldalak felezőpontjait, O-val pedig az AC és BD átlók metszéspontját. Bizonyítsuk be, hogy az (MNO) és (BEC) síkok párhuzamosak, és számítsuk ki az MNO és BEC háromszögek területeinek arányát.
2. Adottak az $\propto$ és β párhuzamos síkok és a síkokon kívül fekvő A pont. Az A ponton átmenő **d** egyenes az $\propto$ síkot B pontban és a β síkot C pontban metszi, úgy hogy $AB = 5$ cm és $BC = 8$ cm. A β síkban felveszünk egy D pontot úgy, hogy $CD = 39$ cm. Ha az AD egyenes az $\propto$ síkot E-ben metszi, bizonyítsuk be, hogy BE párhuzamos a β síkkal és számítsuk ki a BE hosszát.
3. Az ABCD paralelogramma és a CDE egyenlő oldalú háromszög különböző síkokban fekszenek. Legyen F az AD oldal felezőpontja, G a CDE háromszög súlypontja. Az FC és BD egyenesek az M pontban metszik egymást. Bizonyítsuk be, hogy: MG // (ADE) és $MG = \frac{1}{3} AE$.
4. Adott az ABCDA'B'C'D' kocka. Jelöljük O_1-gyel az ABCD átlóinak metszéspontját, O_2-vel az A'B'C'D'- és O_3-mal az ADD'A' átlóinak metszéspontját. Határozzuk meg az $(O_1O_2O_3)$ és (ABB') síkok egymáshoz viszonyított helyzetét. Ha AB = 2a számítsuk ki az $O_1O_2O_3$ háromszög és az ABB'A' négyzet területeinek arányát.
5. Az ABCD A'B'C'D' téglatestben M és P az AB, illetve D D' élek felezőpontjai. Bizonyítsuk be, hogy:
   a) BC // (ADD'); b) BC' // (AA'D'); c) BD' // (APC); d) BD' // (A'MD).
6. Az MABC tetraéderben jelöljük E, F és G-vel az MBC, MAC és MAB háromszögek súlypontjait. Bizonyítsuk be, hogy az (EFG) és (ABC) síkok párhuzamosak és számítsuk ki az EFG és ABC háromszögek területeinek arányát.
7. Az A, B, C és D pontok nincsenek egy síkban (nem koplanárisak).Az AB szakaszon felvesszük az M pontot, melyen keresztül egy $\propto$ síkot fektetünk. Tudjuk, hogy: $\propto$ // AD és BC // $\propto$. Az $\propto$ sík metszi a BD, DC és CA egyeneseket az N, P és R pontokban. Legyen AM = x cm és adott AB = 8 cm, AD = 10 cm és CB = 15 cm. Számítsuk ki az MNPR négyszög kerületét.

A feladatokat válogatta és a feladatlapot összeállította: Sebestyén Júlia

Vályi Gyula Matematikakör, VIII. osztály

2014. nov. 21.

1. Az ABCD téglalap és az MAB háromszög különböző síkokban vannak. Az MA és MB szakaszokon felvesszük az E és F pontokat úgy, hogy ME = 8 cm, EA = 24 cm, MF = 9 cm és MB = 36 cm. Mutassuk ki, hogy EF // (MDC).
2. Egy sík párhuzamos egy háromszög két oldalával. Bizonyítsuk be, hogy a sík párhuzamos a harmadik oldallal is.
3. Adott az ABCD trapéz, AB // CD, és a trapéz síkján kívüli M pont. Az (MAB) és (MCD) síkok a d egyenesben, az (MAD) és (MBC) síkok az e egyenesben metszik egymást. Határozzuk meg a d egyenesnek, valamint az e egyenesnek az (ABC) síkhoz viszonyított helyzetét .
4. Az ABC háromszög A szöge derékszög, AB = 36 cm és AC = 48 cm. Az AB oldalon felvesszük az M pontot úgy, hogy AM = 12 cm, és az AC oldalon az N pontot úgy, hogy $\frac{AN}{NC}=\frac{1}{2}$.
   a). Ha a háromszög BC oldala párhuzamos egy $\propto$ síkkal, határozzuk meg az MN egyenesnek az $\propto$ síkhoz viszonyított helyzetét.
   b). Számítsuk ki az NC, MN és MC szakaszok hosszát.
   c). Számítsuk ki aBMN háromszög kerületét.
5. Bizonyítsuk be, hogy ha egy paralelogramma csúcspontjaiba négy, egymással párhuzamos egyenest helyezünk, akkor a négy párhuzamos egyenesnek bármely síkkal való metszéspontjai szintén egy paralelogramma csúcspontjai.
6. A d_1, d_2, d_3 és d_4 egymással párhuzamos egyenesek , merőlegesek az $\propto$ síkra és az A, B, C és D pontokban metszik a síkot (ebben a sorrendben).
   a). Ha ABCD paralelogramma és ez a négy párhuzamos egyenes a β síkot A', B', C' és D' pontokban metszik, bizonyítsuk be, hogy az A'B'C'D' négyszög is paralelogramma.
   b) Tudva azt, hogy AA' = 24 cm, BB'= 20 cm és CC'= 12 cm, számítsuk ki a DD' szakasz hosszát. (A, A' ε d_1, B, B' ε d_2, C, C' ε d_3 és D, DA' ε d_4)
7. Az A, B, C, D pontok nincsenek egy síkban.
   a). Igazoljuk, hogy létezik két olyan párhuzamos sík, melyek közül egyik tartalmazza az AB-t, a másik pedig a CD-t.
   b). Egy $\propto$ sík párhuzamos az a). alpontban igazolt mindkét síkkal. Ha az $\propto$ sík metszi AC-t az M pontban, BC-t N-ben, AD-t Q-ban és BD-t P-ben, határozzuk meg az MNPQ négyszög természetét.
   c). Ha AB = 54 cm, CD = 18 cm, BD = 45 cm és $\frac{AM}{MC}=\frac{2}{7}$, számítsuk ki a BP és PD szakaszok hosszát, valamint az MNPQ kerületét.
8. Az A, B, C és D nem egy síkban levő pontok. Jelöljük E, F, G, H, M, N-nel az AB, BC, CD, AD, AC és BD szakaszok felezőpontjait, ebben a sorrendben. Mutassuk ki, hogy:
   a) EFGH paralelogramma
   b) ENGM paralelogramma
   c) HNFM paralelogramma
   d) az EG, HF és MN összefutó egyenesek (metszik egymást egy pontban).
9. A VABC szabályos háromoldalú gúla VA oldalélén felvesszük az M pontot úgy, hogy $\frac{VM}{VA}=\frac{2}{5}$. Az M ponton át, az (ABC) síkkal párhuzamosan fektetett $\propto$ sík a VB és VC oldaléleket az N és P pontokban metszi. Bizonyítsuk be, hogy MNP $\Delta \sim$ ABC Δ és határozzuk meg a két háromszög területeinek arányát.
10. A VABCD szabályos négyzet alapú gúla VA, VB, VC oldalélein felvesszük az M, N, P pontokat úgy, hogy: $\frac{VM}{VA}=\frac{2}{5}$, $\frac{NB}{VB}=\frac{3}{5}$ és $\frac{VP}{VC}=\frac{2}{5}$. Az (MNP) sík a VD élet Q pontban metszi. Határozzuk meg az (ABC) és (NPQ) síkok egymáshoz viszonyított helyzetét, valamint az ACD és NPQ háromszögek kerületeinek arányát.
11. Az ABCA'B'C' háromoldalú hasáb BC ás BB' éleinek felezőpontjait jelöljük M-mel és N-nel. Bizonyítsuk be, hogy
    a) B'C // (AMN) és b) MN // (C A'B').
12. Az ABCD tetraéderben N a CD él felezőpontja, G és O az ACD és BCD háromszögek súlypontjai és M az AB azon pontja, melyre $\frac{AM}{MB}=\frac{2}{3}$.
    Ha az AO és MN egyenesek az E pontban metszik egymást, igazoljuk, hogy EG // (BCD).
13. Az ABCD tetraéderben BD$=CD$. Felvesszük az E ε (AB) és F ε (AC) pontokat úgy, hogy ADE$<$ $=$EDB$<$ és ADF$<$ $=$ FDC$<$. Igazoljuk, hogy EF egyenes párhuzamos a (BCD) síkkal!

A feladatokat válogatta és a feladatlapot összeállította: Sebestyén Júlia

Megoldottam az 1.,2.,3.,6.,13.-as feladatokat.
Megbeszéltük a 7-es feladatot.