Vályi Gyula matematikakör, 2014 december 5. VII. osztály
Varga Nagy Anna

A TRAPÉZ

1. Az (AB) és (CD) alapú ABCD trapézban a $\widehat{B}$ szögfelezője E pontban metszi a DC-t, a $\widehat{C}$ szögfelezője pedig F pontban metszi az AB-t. Mutasd ki, hogy BCEF rombusz.
2. ABCD egyenlő szárú trapézban $AB \parallel CD$, $AC \cap BD = \{O\}$. Mutasd ki, hogy AOB_{Δ} és COD_{Δ} egyenő szárú!
3. ABCD trapézban $AB \parallel CD$. Legyenek M, N, P, Q rendre a trapéz oldalainak felezőpontjai. Bizonyítsd be, hogyha MNPQ rombusz, akkor a trapéz egyenlő szárú és fordítva.
4. Ha egy trapéz átlói merőlegesek a nem párhúzamos olkalakra, akkor a trapéz egyenlő szárú.
5. Ha egy ABCD konvex négyszögben AB = CD és $m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{DCB})$, milyen négyszög ez?
6. Ha egy ABC_{Δ}-ben $AB \neq AC$ és sem $\widehat{B}$ sem a $\widehat{C}$ nem derékszög. Ha AD magasság $(D \in (BC))$ és M, N, O rendre (BC), (AC) és (AB) felezőpontja, mutasd ki, hogy MNPD egyenlő szárú trapéz.
7. Az ABCD általános trapézban $AB \parallel CD$, és AB háromszor kisebb a DC-nél. Legyen M az (AC), P a (BD), R a (CP) illetve L a (DM) felezőpontja. Mutasd ki, hogy:
   a. $AP \parallel MB$;
   b. $OR \parallel BC$;
   c. A, P, L kollineáris pontok.
8. ABCD trapézban a (CD) nagyalap kétszer nagyobb az (AB) kisalapnál. Ha, $AC \cap BD = \{O\}$, Mutasd ki, hogy $\frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD}$!
9. Egy ABCD derékszögű trapézban AB = AD = 2DC, $AB \parallel DC$. Ha $AC \cap BD = \{O\}$, és M az (AD) felezőpontja, bizonyítsd be, hogy $MO \perp BC$!
10. Az ABCD trapézban $AB \parallel CD$, $AC \cap BD = \{O\}$. Igazold, hogy $T_{AOD} = T_{BOC}$!
11. Az ABCD trapézban $AB \parallel CD$, $AB \perp BC$, $AD \perp DB$ és DC = BC = 4 cm, $m(\widehat{B}) = m(\widehat{ADB}) = 90^0$.
    a. Számítsd ki a nagyalap hosszát!
    b. Számítsd ki a trapéz területét!
12. Az ABC háromszögben a (BM) oldalfelezőt $(M \in (AC))$ meghosszabítjuk az (MP)-vel úgy hogy MP = BM, a (CN) oldalfelezőt meghosszabítjuk az (NQ)-val , mely $(NQ) \equiv (CN)$.
    a. Mutasd ki, hogy A, P, C kollineáris pontok;
    b. Mutasd ki, hogz QBCP egyenlő szárú trapéz, ha ABC_{Δ} egyenlő szárú és fordítva.