Vályi Gyula Matematikakör VIII.osztály 2014. dec. 5.

Merőlegesség a térben

1. ABCD konvex négyszög úgy, hogy az ACD háromszög egyenlő oldalú, oldalhossza 12 cm, AB=BC, BD $=10\sqrt{3}$ cm.
   Ha SD $\perp$ (ABC) és SD = 30 cm, számítsuk ki az AC és BS egyenesek közös merőlegesének hosszát.
   Határozzuk meg az (SBC) és (SAB) síkok egymáshoz viszonyított helyzetét.
2. A térben adott az $[AB]$ és $[CD]$ két tetszőleges szakasz, melyek kielégítik a kovetkező egyenlőséget: $\frac{CA}{CB}+\frac{CB}{CA}+\frac{DA}{DB}+\frac{DB}{DA}=4$. Bizonyítsuk be, hogy AB$\perp$CD.
3. Az ABCDEFGH kocka AB oldalának felezőpontját P-vel és a BG és CF egyenesek metszéspontját Q-val jelöljük. Bizonyitsuk be, hogy HQ $\perp$ (CFP).
4. VABCD szabályos gúla alapja az ABCD négyzet. A négyzet átlói az O pontban metszik egymást. Jelöljük M-mel a BC alapél felezőpontját.
   a) Mutassuk ki, hogy VO $\perp$ (ABC)
   b) Ha OP$\perp$ VM bizonyítsuk be hogy OP$\perp$ (VBC).
5. Az ABCD négyzet oldalának hossza 24 cm, átlói az O pontban metszik egymást. A négyzet síkjára, a sík ugyanazon oldalán az AM = 18 cm és CN = 16 cm merőlegeseket állítjuk. Számítsuk ki:
   a) a B pont távolságát az (AMN) síktól,
   b) az O pont távolságát MN-től.
6. Az ABC egyenlőoldalú háromszög oldalának hossza 10 cm. A B és C pontokba, a sík két különböző oldalán, a B B′ = C C′ = x > 0 merőlegeseket állítjuk. Határozzuk meg x értékét, ha az A B′ C′ háromszög derékszögű. Hány eset lehetséges?
7. Az ABC háromszög síkján kivüli O pontból a BC, CA, AB oldalakra az OD, OE, OF merőlegeseket húzzuk. Igazoljuk az alábbi összefüggést:
   $BD^2 - DC^2 + CE^2 - AE^2 + AF^2 - FB^2 = 0$
8. Az ABCD tetraéder alapja az ABC egyenlőoldalú háromszög. Oldallapjai a DAB, DAC, DBC, D-ben derékszögű, egyenlőszárú háromszögek.
   Bizonyítsuk be, hogy: AD $\perp$ (BCD) és BC $\perp$ AD.
   Számítsuk ki: a D pont távolságát az (ABC) síktól és D távolságát az AB egyenestől.
9. Az ABCD paralelogrammában AB =6 cm, AD =8 cm és m(DAB<)=60°. A térben felvesszük az MA = $3\sqrt{3}$ cm szakaszt mely merőleges az (ABC) síkra. Számítsuk ki az M pont távolságát a paralelogramma oldalaitól.

A körön megoldottuk az 1., 2., 6., 8., 9. feladatokat.
Ajánlott feladatok: a 3., 4., 5., 7. számú feladatok.

A feladatokat válogatta ,és a köri tevékenységet irányította: Sebestyén Júlia

Vályi Gyula Matematikakör
VIII.osztály Házi feladat
2014. dec. 5.

1. Az A, B, C, O nem egy síkban levő pontok úgy helyezkednek el, hogy: OA = 4 cm, OB = 3 cm, OC = 7 cm OA $\perp$ OB $\perp$ OC $\perp$ OA.
   Határozzuk meg az O pont távolságát az (ABC) síktól.
   Mutassuk ki, hogy $T^2_{ABC} = T^2_{OAB} + T^2_{OAC} + T^2_{OBC}$.
   Ha OH $\perp$ (ABC) igazoljuk, hogy a H pont az ABC háromszög ortocentruma.
2. VABCD szabályos gúla alapja az ABCD négyzet. A négyzet átlói az O pontban metszik egymást. Jelöljük M-mel a BC alapél felezőpontját.
   a) Mutassuk ki, hogy VO $\perp$ (ABC)
   b) Ha OP$\perp$ VM bizonyítsuk be hogy OP$\perp$ (VBC).
3. Az ABCA'B'C' egyenes hasáb alapja egyenlőoldalú háromszög. Jelöljük E-vel a BB' oldalél felezőpontját és D-vel az AB és A'E metszéspontját.
   a) Bizonyítsuk be, hogy az ADC háromszög derékszögű.
   b) Mutassuk ki, hogy (CDC') $\perp$ (AC C')
4. Bizonyítsuk be, hogy ha egy gúla oldalélei kongruensek, akkor az alapja egy körbeírható sokszög és a gúla magasságának talppontja az alap köré írható kör középpontja.
5. Az ABCD A'B'C'D' kocka AD és C'D' éleinek felezőpontjait jeloljük M és N-nel. Ha MN=$3\sqrt{6}cm$ határozzuk meg az M D'N háromszög természetét. Számítsuk ki az A' pont távolságát a (BDD') síktól és a D' pont távolságát az A'C egyenestől.
6. A VABCD gúláról tudjuk, hogy: VA $\perp$ (ABC), ABCD trapéz, m(A<)=m(D<)=90°, AB=4a, DC = VA =3a és BC=2a . Igazoljuk, hogy: VD $\perp$ DC és VC $\perp$ CB
7. Az ABC, A-ban derékszögű háromszögben AC = a, BC=2a. Az (ABC) sík ugyanazon oldalán, a háromszög síkjára merőlegesen felvesszük a C C' = $\frac{a}{2}$ és B B' = $\frac{3a}{2}$ szakaszokat. Legyen M$\varepsilon[BC]$ úgy, hogy $\frac{CM}{MB}$ = $\frac{1}{3}$. Bizonyitsuk be, hogy: C'M $\perp$ (MA B') és B'M $\perp$ (MA C') .

A feladatlapon a 3.b) feladatban kimaradt a gépeléskor a zárójel és a C betü. Igy **helyes: (CDC')**