

NÉGYZETGYÖKVONÁS

1. Bizonyítsd be, hogy:

a. $\sqrt{1+3+5+\dots+51} \in \mathbb{Q}$

e. $\sqrt{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 14} \notin \mathbb{Q}$

b. $\sqrt{3^{2n} + 8 \cdot 3^n + 16} \in \mathbb{Q}$

f. $\sqrt{4k+2} \notin \mathbb{Q}$

c. $\sqrt{1+3+5+\dots+2013} \in \mathbb{Q}$

g. $\sqrt{1+6^{2014}} \notin \mathbb{Q}$

d. $\sqrt{n^2+n} \notin \mathbb{Q}, \forall n \in \mathbb{N}^*$

2. Határozd meg a következő kijelentések logikai értékét:

a. $\sqrt{5n+2} \in \mathbb{Q}$

c. $\sqrt{5n+3} \notin \mathbb{Q}$

b. $\sqrt{5n+7} \notin \mathbb{Q}$

d. $\sqrt{5n+8} \notin \mathbb{Q}$

e. $\sqrt{x} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ ahol $x = \sqrt{441+2+4+6+\dots+880}$

f. $\sqrt{x} \in \mathbb{N}$, ahol $x = \sqrt{243^2 - (240^2 + 3 \cdot 240)}$

g. $x \in \mathbb{Z}$, ahol $x = \sqrt{2014 + 2(1+2+3+\dots+2013)}$

h. $\sqrt{5n^2+5n+3} \notin \mathbb{Q}$

3. Határozd meg az $x \in \mathbb{N}$ értékét úgy hogy:

a. $\sqrt{\frac{24x}{75}} \in \mathbb{Q}$

e. $\sqrt{\frac{72x}{5}} \in \mathbb{Z}$

b. $\sqrt{\frac{28x}{50}} \in \mathbb{Q}$

f. $\sqrt{40-4\sqrt{x-3}} \in \mathbb{N}$

c. $\sqrt{\frac{14x}{27}} \in \mathbb{Q}$

g. $\sqrt{3\sqrt{2\sqrt{x}}} \in \mathbb{N}$ és x négyjegyű szám.

d. $\sqrt{\frac{12x}{18}} \in \mathbb{Q}$

4. Határozd meg az a és b számjegyeket, ha $a < b$ és $A = \overline{ab} + \overline{ba} + \overline{aa} + \overline{a0} + \overline{bb} + \overline{b0}$ teljes négyzet.

5. Végezd el: $\sqrt{4-2\sqrt{3}}$; $\sqrt{7-4\sqrt{3}}$; $\sqrt{5+\sqrt{24}}$; $\sqrt{4+2\sqrt{3}}$; $\sqrt{19-6\sqrt{2}}$; $\sqrt{11+6\sqrt{2}}$; $\sqrt{12-6\sqrt{3}}$.

6. Állapítsd meg a következő kifejezések logikai értékét:

a. $\sqrt{6+2\sqrt{4-2\sqrt{3}}} + \sqrt{7-4\sqrt{3}} \in \mathbb{N}$;

b. $\sqrt{2-\sqrt{3}} + \sqrt{5-\sqrt{13}+\sqrt{48}} \in \mathbb{Q}$;

c. $\sqrt{26-6\sqrt{13+4\sqrt{8-2\sqrt{6}+2\sqrt{5}}}} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$;

7. Számítsd ki $S = \sqrt{2} + \sqrt{2^2} + \sqrt{2^3} + \dots + \sqrt{2^{2000}}$ összeget!

8. Mutasd ki, hogy:

a. $\sqrt{5} + \sqrt{6} + \sqrt{7} + \dots + \sqrt{13} < 27$

b. $\sqrt{6} + \sqrt{12} + \sqrt{20} + \sqrt{30} + \sqrt{42} + \sqrt{56} < 30$

Ú. $\sqrt{ab} < \frac{a+b}{2}$

c. $n < 1 + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \dots + \sqrt{n} < n^2$

d. $a < 4$ ahol $a = \frac{\sqrt{20}}{9} + \frac{\sqrt{30}}{11} + \frac{\sqrt{42}}{13} + \frac{\sqrt{56}}{15} + \frac{\sqrt{72}}{17} + \frac{\sqrt{90}}{19} + \frac{\sqrt{110}}{21} + \frac{\sqrt{132}}{23}$ Ú. $\frac{\sqrt{ab}}{a+b} < \frac{1}{2}$