

Hatványozás, számrendszerek:

0. - Éppen ma, 215 éve született Bolyai János!
 - Kitalálom melyik 1 és 63 közötti számra gondoltál az általad kiválasztott kártyák alapján!
 - Ha egy tóban levő tavirózsa minden nap megduplázza méretét és éppen 10 nap szükséges a tó teljes befedéséhez, akkor a hányadik nap fogja a tó felét elfoglalni?
 - Lehetséges, hogy $3 = 11$?
1. Igazoljátok, hogy a $25 \cdot 4^7 \cdot 121^5$ szám egy természetes szám négyzete.
 2. Igazoljátok, hogy az $a = 5^{2 \cdot n+3} - 5^{2 \cdot n+2}$ szám egy természetes szám négyzete.
 3. Írd fel a 13 számot két négyzetszám összegeként.
 4. Írd fel a 13^{121} számot két négyzetszám összegeként
 5. Igazold, hogy az $n = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 9 + 2$ szám nem lehet egy természetes szám négyzete.
 6. összehasonlítsuk a 2^{41} és 3^{24} számokat,
 Határozd meg azokat az n természetes számokat, amelyre igaz a következő reláció:
 7. $5^4 \leq 5^n \leq 25^4$.
 8. Írd fel azokat a természetes számokat, amelyek felbontásai a következők:
 a) $2 \cdot 10 + 4$; b) $6 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10 + 5$; c) $3 \cdot 10^5 + 1 \cdot 10^4 + 7 \cdot 10 + 3$;
 d) $1 \cdot 10^5 + 1 \cdot 10^3 + 9$; e) $1 \cdot 10^6 + 9 \cdot 10 + 9$.
 9. Írd át 2-es számrendszerbe az $1 \cdot 2^{10} + 1 \cdot 2^8 + 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2 + 1$ és határozd meg a számjegyek számát.
 mutató: az $1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 1$ számot úgy írjuk le, hogy 110 001₍₂₎ és észrevesszük, hogy 6 számjegye van.
 10. Írd fel a 25, 35 és 111 számokat 2 hatványainak összegeként.
 11. Írd át 2-es alapból 10-es alapba az 1010111₍₂₎ számot.
12. Határozzátok meg az x és y számjegyeket, tudva, hogy $\overline{x0y} + \overline{xy} + \overline{yx} = 135$.
 Hasonlítsd össze a $2^{35} + 2^8$ és $2^{25} + 2^{21} + 2^{12}$ számokat.
 13. mutató: Meghatározzuk a két szám 2-es alapú számrendszerben felírt számjegyeinek számát
 14. Határozd meg a $2^{12} + 6^{31}$ számnak az utolsó számjegyét!
 Határozd meg az összes x természetes számot, amelyekre igaz a következő egyenlőtlenség: $4^x < 70!$
 15.
 16. Ellenőrizd, hogy $(3^{2002} + 3^{2003} + 3^{2004}) : 3^{2003} = 13$.
 17. 1. Adottak a következő számok: $a = 49 + 25 \cdot 49$
 $b = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{100}$
 $c = 32^{32} : 16^{16} : 8^8 : 4^4 : 2^2 : 2$
 a) Igazold, hogy $a = 1274$, $b = 2^{101} - 1$ és $c = 2^{61}$!
 b) Számítsd ki a $d = (b+1) : 2^{40} + c$ értékét és ellenőrizd, hogy d négyzete- e egy természetes számnak!
 c) Számítsd ki az $e = 2^a : (b+1)^{12} : (c : 2)$ értékét és ellenőrizd, hogy e négyzete- e egy természetes számnak!
 18. 2. Számítsd ki és írd csökkenő sorrendbe a kapott számokat!
 $x = [(2^3)^5 : 4^6 - 3 \cdot (2^3 + 3 - 3^2)] \cdot (2^2)^3$ $y = [9^{20} : 27^{13} \cdot (2^{2017} + 2^{2016} + 3^{2015})^0] \cdot 5 + 10^2$,
 $z = (2015 : 5 + 3^5 : 3^3) : 2^2 + 2017^0$
 19. Számítsd ki: $8 \cdot 10^5 + 3 \cdot 10^4 + 6 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^1 + 9$.
 20. Hasonlítsd össze a két számot: $a = 5^{60}$ és $b = 2^{140}$.
 21. Hány természetes szám van a és b számok között, ha $a = 1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{2016}$ és $b = 2^{2017}$

22. Írd 10-esből $2 \rightarrow 8 \rightarrow 16$ számrendszerbe a következő számot: 2563_{10} .
23. Írd 10-es számrendszerbe: 11011101_2 , 14032_5 , 6507_8 , $AF9_{16}$.
24. Írd 2-esből $8 \rightarrow 16$ számrendszerbe a következő számot: $1010110010\ 01001_2$.
25. Írd 16-osból $2 \rightarrow 8$ számrendszerbe a következő számot: $3AF5CE_{16}$.
26. Végezd el a következő műveleteket:
 $11010011_2 + 10011101_2 = ?$
 $100001_2 - 11011_2 = ?$
 $3ACB_{16} - 2FDE_{16} = ?$
 $AF5F_{16} + 2FE7_{16} = ?$
27. Igazold, hogy 2^{1000} 10-es számrendszerben felírva legalább 301 számjegyű szám.
28. Igazold, hogy: $1010001_{(2)} = 1001_{(2)}^2$; $100100001_{(2)} = 10001_{(2)}^2$.
29. Számítsd ki a következő számot: $3 \cdot 10^n + 7 \cdot 10^{n+1} + 5 \cdot 10^{n+2}$, ha n értékei rendre: 1, 3, 5.
30. Számítsd ki az x értékét, ha az indexek a számrendszereket jelzik:
 $16_7 - 15_6 + 14_5 - 13_4 = 12_3 - 11_2 + x_{10}$.
31. Számítsd ki az x és y értékét, ha $12_x + 36_y = 34_{10}$
32. Számítsd ki az x és y értékét, ha $1111_2 + 1111_3 + 1111_4 + 1111_5 + 1111_6 + 1111_7 + 1111_8 + 1111_9 = \overline{xyxyx}_7 - 91_{10}$
33. Melyik az a háromjegyű szám a 10-es számrendszerben, amelyiket felírva 7-es számrendszerben \overline{xyy} alakú, amelyiket felírva 6-os számrendszerben \overline{yxx} alakú.
34. Végezd el a következő számításokat:
a) $E_1 = \left[\left(\overline{abc} + 3 \cdot \overline{ab} - c \right) : 13 - b \right] : a$
b) $E_2 = \left[\left(\overline{dbc} - \overline{bc} \right) : d + \overline{ab} \right] : \overline{ab}$
c) $E_3 = \left(\overline{ab} + \overline{bc} + \overline{ca} \right) : (a + b + c)$
35. Sorold fel a $13_{(5)}$ és a $44_{(5)}$ közötti számokat:

Házi feladat: 16, 17, 25, 28, 30.