A Vályi Gyula Matematika kör V. osztályos tevékenysége **2018 Január 19**

Téma : Műveletek hatványokkal, hatványok utolsó számjegyének meghatározása. Négyzetszámok és köbszámok.

<u>Teljes négyzet (négyzetszám):</u> valamely más szám négyzetével egyenlő. n négyzetszám ha $n = a^2$.

Tudnivalók:

- **Egy teljes négyzet utolsó számjegye csak 0,1,4,5,6,9 lehet (de nem minden így végződő szám teljes négyzet!)**
  pl) 49, 19 -a 2,3,7,8-ra végződő számok biztosan <u>nem teljes négyzetek</u>. Pl) 23, 46538

- **Egy szám <u>nem teljes négyzet</u> ha besorolható két egymást követő teljes négyzet közé Pl)** $11^2 = 121 < 134 < 144 = 12^2$**, tehát 134 nem teljes négyzet.**
- **A páros kitevőjű hatványok négyzetszámok mert $a^{2k} = \left(a^k\right)^2$.**

<u>Teljes köb (köbszám):</u> valamely más szám köbével egyenlő. n teljes köb ha van olyan a természetes szám, hogy $n = a^3$.

Tudnivalók: Azok a hatványok köbszámok melyek kitevője 3-nak többszöröse, mert $a^{3k} = \left(a^k\right)^3$.

<u>Számok hatványának utolsó számjegye</u>

- **Jelölés: az a szám utolsó számjegye u(a). Pl) u(35)=5, u(26512)=2**
- **A 0,1,5,6 –ban végződő számok hatványainak utolsó számjegye ugyanaz. Pl) $u(246^{17}) = 6, u(25^{173}) = 5$, ..**

<u>Feladatok:</u>

1) Melyek azok az egyjegyű számpárok melyek szorzata köbszámot ad?

2) Igazold, hogy a következő számok köbszámok:

a) $3\cdot\left(1+2+3+4+.......+9\right)-10=$ b) $8^2+7^2+6^2+5^2+4^2+3^2+2^2+1^2+12=$

c) $m = 807^2\cdot 403 + 404\cdot 807^2$ d) $63+63\cdot 2+63\cdot 3+.....+63\cdot 48$

3) Igazold, hogy a következő számok négyzetszámok:

a) $5^3+4^3+3^3+2^3+1^3=$ b) $5^3-4^3-3^3-2^3-1^3=$ c) $91+2\cdot\left(1+2+3+4+.......+90\right)=$

d*) $3^{2n+3}\cdot 4^{2n+3}-2^{2n+1}\cdot 6^{2n+3}=$ e) $s = 2+2+2^2+2^3+.....+2^{33}$ f) 4n+5, ha $n = 5+5^2+5^3+.....+5^{55}$

4) Igazold, hogy 10 bármely hatványa feírható két négyzetszám összegeként.

5) Határozzuk meg a következő számok utolsó számjegyét:

a) $2^{2011}, 3^{2011}, 4^{2011}, 5^{2011}, 46^{2011}, 2000^{2011}$ b) $94^{1992}+5^{1992}-49^{1992}$ c) $5^{1991}\cdot 6^{1992}\cdot 7^{1993}-2^{1994}$

d) $\left(27^{31}-2\cdot 9^{46}+4^{102}:2^{203}-3^{92}\right)^{200}$ e*) $2^1+2^2+2^3+.....+2^{1000}$

6) Hány 0-ra végződik $m\cdot n$, ha $m = 3^4\cdot 5^6\cdot 7^8$ és $n = 3^{12}\cdot 2^{10}\cdot 7^{14}$?

7) Ha $a = 2^{1995}+3^{1996}+4^{1997}+5^{1998}$ és $b = 3+3^2+3^3+.....+3^{1996}$, határozzuk meg: $u\left(a^2\right), u\left(b^2\right), u\left(a\cdot b\right)$

8) Végezzük el a következő műveleteket:

$$a)\left\{\left\{\left\{\left[\left(1+2+3+...+100\right):1010\right]^{1000}\cdot 5^{987}:5^{1986}\right\}^2-1\right\}:2^3-3\right\}\cdot\left(123\cdot 456\cdot 789\right)^{1001}+\left(1985-1984\right)^0\cdot 10$$

$$b)\left\{\left[\left(2^{5^{1^0}}+9^{0^{5^2}}+7^{1^{6^5}}\right):5^{3^{0^4}}\right]:\left(2^{1993}:2^{1990}\right)\right\}^{1994}+\left[\left(2^3\right)^2-1994^0\right]:3^{2^{1^{1993}}}-\left(1^{3^{4^5}}+11^{1^{2^5}}\right):2^{1^4}$$

9) Adottak a következő számok:

$$x=\left[\left(2^3\right)^5+25^3-7^{35}:7^{20}\right]:\left(2^{15}-7^{15}+5^6\right)\cdot 3^{26},\ y=2^{101}:\left[\left(5^{171}:5^{170}-3\right)^{98}+2^{105}:\left(2^3\cdot 2^4\right)+\left(2^{11}\right)^9\right]\cdot 2^{38}\ .$$

a) Hasonlítsuk össze x-et és y-t.
b) Határozzuk meg az x és y utolsó számjegyét.

10) Számítsuk ki a következő szám utolsó számjegyét $\left(\overline{abcd}\right)^{2005}$, ahol $a=b,\ c=2b,\ d=3c$ és $2^{9(2a-1)}=2^9$

11) Mutassuk ki, hogy $2^1\cdot 2^2\cdot 2^3\cdot \ldots \cdot 2^{100}+\left(16^2\right)^{631}=5\cdot 4^{2524}$

12) Igazoljuk, hogy $S=51+52+\ldots+150+151$ teljes négyzet.

13) Hasonlítsuk össze a következő hatványokat:

a) $3^{2000}-3^{1999}-3^{1997}$ és $2^{2002}-2^{2001}+2^{1997}$

b) 124^{50} és 26^{75}

14) Adottak a következő számok: $A=3^1\cdot 3^2\cdot 3^3\cdot\ldots\cdot 3^{1985}$, $B=\left(27^{331}\right)^{1985}$ .Hasonlítsuk össze az A és B számokat.

15) Mutassátok ki, hogy ha: $a=2^1+2^2+2^3+\ldots\ldots+2^{95}$, akkor aM1 .

16) Határozzuk meg az $a=1\cdot 2\cdot 3\cdot\ldots\cdot n+2004^{2018^2}$ szám utolsó számjegyét, ahol $n\in N^*$.

<u>Házi feladat</u>

1. Végezzük el a következő műveleteket:

$$a)\ 10^3:5^2+10\cdot\left\{2^{10}:64+2^3\cdot\left[1035:\left(5\cdot 3^2\right)-\left(2^{37}\cdot 7^{37}\right)^2:\left(4^{36}\cdot 49^{37}\right):2\right]\right\}$$

$$b)\ 2\cdot 2^3\cdot 3^2:18+5\cdot\left\{625:5^3+\left[\left(3\cdot 3^2\cdot 5^2\right)^{17}:\left(9^{25}\cdot 25^{17}\right)+6^5:3^5\right]\cdot 2^{3^0}\right\}$$

2. **a)** Számítsuk ki : $11^2, 111^2, 1111^2, 11111^2, 111111111^2=?$

b) Adottak a következő hatványok: $2^4, 94^{12}, 3^{10}, 5^{15}, 4^{2011}, 2^{30}, 2011^{2012}, 6^{2n}, 7^{3n}, 8^{2n+3}, 9^{3n-1}$.

A fennti számok közül négyzetszámok: .... -köbszámok:.....

3. Határozzuk meg az utolsó számjegyét a következő számoknak:

$A=1^{2008}+9^{2010}+8^{2012}+6^{2014}$, $B=113^{405}+114^{4003}\cdot 115^{4003}\cdot a^{4003}+116^{405}, a\in$ □

4. Adottak $x=2^{51}\cdot 2^{52}\cdot 2^{53}\cdot\ldots\cdot 2^{100}$ és $y=1+2+2^2+2^3+\ldots+2^{3774}$ számok. Számítsuk ki $y+1$ és $x-y$ értékét.

5. Hasonlítsuk össze a következő hatványokat:

a) 2^{70} és $9\cdot 27^{15}-9^{23}$ b) 10^{1983} és 2^{6620}

6. Határozzuk meg az $a=1+3+3^2+3^3+\ldots+3^{2007}$ szám utolsó számjegyét és mutassuk ki, hogy osztható 41-gyel.

7. a) Határozzuk meg azt a c számjegyet, melyre a $\overline{6c9}$ szám szémjegyeinek összege teljes köb.
b) Igazoljuk, hogy 2^{102}+1934 nem teljes négyzet.

A köri tevékenységet tartotta : Darida Márta