Vályi Gyula Matematikakör, 2017. november 17. VI. osztály

A feladatlapot összeállította és a köri tevékenységet vezette: Secareanu Éva

Szögek

1. Egy AB egyenesen felveszünk egy O pontot. Az O ponton keresztül , az AB egyenes ugyanazon oldalán megszerkesztjük az (OC, (OD, (OE félegyeneseket az A-tól a B irányába úgy, hogy $m(\widehat{EOB}) = 60^{O}$, $m(\widehat{DOE}) = \frac{1}{5} \cdot m(\widehat{DOB})$, $m(\widehat{COD}) = \frac{3}{8} \cdot m(\widehat{COB})$.
   a.) Számítsd ki $m(\widehat{DOE})$ és $m(\widehat{COD})$!
   b.) Milyen a $\widehat{COE}$ szögfelezőjének az AB egyeneshez viszonyított helyzete?
2. Határozzátok meg az O pont körüli $\widehat{AOB}$, $\widehat{BOC}$, $\widehat{COD}$ és $\widehat{DOA}$ szögek mértékét, amelyek a következő tulajdonságokkal rendelkeznek: $3 \cdot m(\widehat{AOB}) = 4 \cdot m(\widehat{COD})$, $4 \cdot m(\widehat{AOC}) = 5 \cdot m(\widehat{BOD})$ és $m(\widehat{AOD}) = 7 \cdot m(\widehat{BOC})$. (H.M.O., Arges, 2006)
3. Legyenek az O-ban metsző AD és BC egyenesek úgy, hogy $m(\widehat{AOB}) < 60^{O}$, (OE a $\widehat{BOD}$ szögfelezője és (OF az $\widehat{EOC}$ szögfelezője.
   a.) Tudva, hogy $m(\widehat{FOD}) = 30^{O}$, számítsátok ki $m(\widehat{AOB})$.
   b.) Bizonyítsátok be, hogy (OE merőleges a $\widehat{COD}$ szög (OH szög (OH szögfelezőjére.
4. Adott az $\widehat{AOB}$ szög, mértéke 130^{O}. Megszerkesztjük az (OA ellentétes (OC félegyenesét és $OD \perp OA$, úgy, hogy (OB és (OD az AC egyeneshez képest ellentétes félsíkokban legyenek. Az (OD-vel azonos félsíkban megszerkesztjük az $OE \perp OB$. Számítsátok ki:
   a.) $m(\widehat{COE})$
   b.) az $\widehat{AOB}$ és $\widehat{COE}$ szögfelezői által bezárt szög mértékét.
5. Az $\widehat{AOB}$ és $\widehat{BOC}$ egymás melletti kiegészítő szögek, (OX és (OY az említett szögek szögfelezői. Ha $m(\widehat{BOY}) = \frac{1}{4} \cdot m(\widehat{COX})$, számítsátok ki $m(\widehat{AOB})$.
6. Az $\widehat{AOB}$ és $\widehat{BOC}$ egymás melletti szögek szögfelezői egy 15^{O}-os szöget zárnak be. Mutassátok ki, hogy $90^{O} < 3 \cdot m(\widehat{AOB}) + 4 \cdot m(\widehat{BOC}) < 120^{O}$.
7. Legyenek $\widehat{AOB}$, $\widehat{BOC}$, $\widehat{COD}$ páronként egymás melletti szögek, mértékeik összege 150^{O} és $b \cdot m(\widehat{AOB}) = a \cdot m(\widehat{BOC})$, $c \cdot m(\widehat{BOC}) = b \cdot m(\widehat{COD})$. Tudva, hogy a, b, c olyan természetes prímszámok, amelyek teljesítik a $3a + b + 6c = 51$ feltételt és (OM és (ON a $\widehat{BOC}$, illetve $\widehat{COD}$ szögfelezői, határozzátok meg $m(\widehat{MON})$.
8. Hány fokos szöget zárnak be egy óra mutatói 12:30 órakor? Hát 13:10 órakor?
9. Az $\widehat{AOB}$ és $\widehat{BOC}$ egymás melletti kiegészítő szögek, (OX és (OY az említett szögek szögfelezői. Ha $m(\widehat{BOY}) \in \mathbb{N}^*$ és $m(\widehat{COX}) = p \cdot m(\widehat{BOY})$, ahol p egy prímszám, számítsd ki p értékét!
10. Az $\widehat{A_1OA_2}, \widehat{A_2OA_3}, \widehat{A_3OA_4}, \dots, \widehat{A_iOA_{i+1}}, \dots, \widehat{A_nOA_{n+1}}$ szögek az O pont körüli szögek úgy, hogy $m(\widehat{A_1OA_2}) = 1^o$, $m(\widehat{A_2OA_3}) = 2^o$, $m(\widehat{A_3OA_4}) = 3^o, \dots$, $m(\widehat{A_nOA_{n+1}}) = n^o$. (addig, amíg az egyik pont túlhaladja A_1-et. Ha $m(\widehat{A_{n+1}OA_1}) = 9^o$, számítsd ki az n értékét!
11. Az $\widehat{AOB}$ mértéke 128^{O} és (OA_1 az $\widehat{AOB}$ szögfelezője, (OA_2 az $\widehat{AOA_1}$ szögfelezője, (OA_7 az $\widehat{AOA_6}$ szögfelezője. Számítsd ki az $\widehat{A_2OA_5}$ és $\widehat{BOA_3}$ szögfelezői által bezárt szög mértékét!

<u>Házi feladat:</u>

12. Legyenek az $\widehat{AOB}$, $\widehat{BOC}$, $\widehat{COD}$, $\widehat{DOE}$ és $\widehat{EOA}$ az O pont körüli szögek. Tudott, hogy: $m(\widehat{AOB}) = 90^O$, $m(\widehat{AOC}) = \frac{90^O + m(\widehat{AOD})}{2}$, (OF az (OC ellentétes félegyenese és $m(\widehat{AOB}) + m(\widehat{BOC}) + m(\widehat{COD}) < 180^o$. Igazoljátok, hogy: **a.)** $\widehat{COD} \equiv \widehat{BOC}$

b.) $m(\widehat{DOE}) = 90^o$, akkor és csakis akkor, ha $\widehat{EOF} \equiv \widehat{AOF}$.

13. Adott a $\widehat{DBE}$ derékszög, az A pont abban a DB által meghatározott félsíkban van amely nem tartalmazza az E pontot, úgy hogy $m(\widehat{ABD}) = 70^O$, a C pont pedig abban a BE által meghatározott félsíkban van mely nem tartalmazza a D pontot úgy, hogy $m(\widehat{CBE}) = 20^O$.

a.) Igazoljátok, hogy az A, B, C pontok kollineárisak.

b.) Ha (BM, (BN és (BP az $\widehat{ABD}$, $\widehat{DBE}$ és $\widehat{CBE}$ szögfelezői, számítsátok ki $\widehat{MBN}$, $\widehat{MBP}$ és $\widehat{NBP}$ szögek mértékeit!

14. Legyenek az $\widehat{MON}$ és $\widehat{MOP}$ nem egymás melletti szögek úgy, hogy $\frac{m(\widehat{MON})}{m(\widehat{MOP})} = \frac{3}{7}$, $m(\widehat{NOP}) = 36^O$.

Számítsátok ki: **a.)** $m(\widehat{MON})$ és $m(\widehat{MOP})$

b.) az $\widehat{MON}$ és $\widehat{MOP}$ szögek szögfelezői által bezárt szög mértékét.

15. Legyenek az $\widehat{AOB}$, $\widehat{BOC}$, $\widehat{COD}$, $\widehat{DOE}$ egymás melletti szögek úgy, hogy $m(\widehat{BOC}) = 30^O$. Tudva, hogy (OB az $\widehat{AOC}$ szögfelezője, (OC az $\widehat{AOD}$ szögfelezője és (OD a $\widehat{BOE}$ szögfelezője:

a.) Mutassátok, ki hogy B, O, E kollineáris pontok

b.) Számítsátok ki az (OB és az $\widehat{AOE}$ szögfelezője által bezárt szög mértékét!