

Házi feladat

1. Igazoljuk, hogy

$$\frac{25^m + 12 \cdot 5^m + 27}{4 \cdot 5^m + 36} \text{ természetes szám.}$$

2. Adott az a és b nullától különböző természetes számok. Ha

$$\frac{a}{b} + \frac{a+1}{b+1} + \frac{b+2}{b+2} + \dots + \frac{a+2010}{a+2010} = 2011, \text{ akkor } a = b?$$

3. Határozzuk meg a legkisebb és legnagyobb $\frac{7ab}{c5d}$ alakú törtet, amely egyszerűsíthető 18-cal.

4. Mutassuk ki, hogy

$$a) \frac{3}{4} < \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} < \frac{3}{2}$$

$$b) \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{5^2} + \dots + \frac{1}{201^2} < \frac{1}{2}$$

5. Mutassuk ki, hogy az $\frac{ab + 2(a+b)}{3}$ alakú tört természetes szám, bármely a és b természetes szám esetén. $a \neq 0$

6. Számítsuk ki az alábbi számok számtani közepárányosát!

$$a = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2012}$$

$$b = \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \dots + \frac{2011}{2012}$$

7. Mutassuk ki, hogy

$$\frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{2011 \cdot 2012} = \frac{2011}{2012}$$

8. Mutassuk ki, hogy

$$\frac{1}{10} < \frac{1}{90} + \frac{1}{91} + \dots + \frac{1}{99} < \frac{1}{9}$$

9. Számítsátok ki:

a.)
$$\frac{1+2+3+\dots+100}{2+4+6+\dots+200}$$

b.)
$$\frac{1+2+3+\dots+100}{101+102+\dots+200}$$

10. Igazoljuk, hogy

$$\frac{1}{2^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{6^2} + \dots + \frac{1}{2006^2} < \frac{2005}{4012}$$

A feladatokat összeállította:

TORKOLAB ANNAMÁRIA