

**Racionális számok halmaza.  
Műveletek racionális számok halmazán  
2018. október 15**

1. Adott a  $\frac{2}{15} = 0, a_1 a_2 a_3 \dots a_n \dots$  tört.
- Milyen típusú a tört tizedes tört alakja?
  - Számítsd ki  $a_1, a_2$  és  $a_3$  értékét!
  - Számítsd ki az  $S_{2013} = a_1 + a_2 + \dots + a_{2013}$  összeget!
  - Számítsd ki az  $S_{ps} = a_2 + a_4 + \dots + a_{2012}$  összeget!
  - Számítsd ki az  $S_{ptl} = a_1 + a_3 + \dots + a_{2013}$  összeget!
2. Adott az  $A = \{\overline{0,ab} \mid 0,4 < \overline{0,ab} < 0,51\}$  halmaz.
- Hány eleme van az A halmaznak?
  - Mennyi az A halmaz elemeinek összege?
3. Legyen a, b, c nullától különböző számjegyek és  $A = \overline{0,ab} + \overline{0,bc} + \overline{0,ca}$
- Határozd meg az A legkisebb és legnagyobb értékét.
  - Ha  $a + b + c = 12$ , határozd meg az  $n$  nullától különböző legkisebb természetes számot, melyre  $n \cdot A \in \mathbb{N}$ .
4. Igazold, hogy  $A = \frac{3^{n+1} \cdot 5^n + 3^n \cdot 5^{n+2} + 6 \cdot 15^n}{2^{2n+1} \cdot 3^n + 3^{n+1} \cdot 4^n + 2^{n+1} \cdot 6^{n+1}} \forall n \in \square$  esetén egyszerűsíthető 17-tel!
5. Határozd meg az  $x$  természetes számot, tudva, hogy
- $$\frac{x-1}{1 + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \frac{1}{1+2+\dots+2013}} = \frac{2014}{2013}$$
6. Legyen  $k \in \mathbb{N}$  és  $E(n) = \frac{n}{(-1)^n} + nk(-1)^n, n \in \mathbb{N}^*$
- Bizonyítsd be, hogy  $E(n) = n(k+1)(-1)^n$
  - Ha  $S = E(1) + E(2) + E(3) + E(4) + \dots + E(100)$ , határozd meg a  $k \in \mathbb{N}^*$  legkisebb értékét melyre az S négyzetszám.
7. Határozzuk meg az  $a = \frac{1}{2}(-1)^n - \frac{1}{3}(-1)^{n+1} + \frac{1}{6}(-1)^{n+2}, n \in \mathbb{N}^*$  szám moduluszát.
8. mutassátok ki, hogy  $a = (-1)^m \cdot \frac{1}{2} + (-1)^{n+1} \cdot \frac{1}{3} + (-1)^{n-1} \cdot \frac{1}{6}, m, n \in \mathbb{N}, n \geq 1$  egész szám.

9. Ha  $(-2)^3 + 5 \cdot (-1)^{n+1} - \left(-\frac{1}{3}\right)^2 \cdot (-1)^n = -2\frac{8}{9}$ , határozd meg az  $n \in \mathbb{N}$  számokat.

10. Számítsátok ki

a)  $\frac{1}{10 \cdot 20} + \frac{1}{20 \cdot 30} + \frac{1}{30 \cdot 40} + \dots + \frac{1}{99 \cdot 100}$

b)  $\frac{1}{1 \cdot 6} + \frac{1}{2 \cdot 9} + \frac{1}{3 \cdot 12} + \dots + \frac{1}{295 \cdot 588}$

c)  $\frac{1}{99 \cdot 22} + \frac{1}{18 \cdot 33} + \frac{1}{27 \cdot 44} + \dots + \frac{1}{891 \cdot 1100}$

d)  $\frac{1}{1+2325^{-1}} + \frac{1}{1+2324^{-1}} + \dots + \frac{1}{1+1^{-1}} + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2326}$

11. Legyen  $A = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot \dots \cdot \frac{2015}{2016}$  és  $B = \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{7} \cdot \dots \cdot \frac{2016}{2017}$

a) Számítsd ki az  $A \cdot B$

b) Igazold hogy az  $A < B$