Vályi Gyula Matematikakör **HÁROMSZÖGEK HASONLÓSÁGA**

2019. január 14.

Tanár: Secareanu Éva

1. Az ABC háromszögben $m(\widehat{ABC}) = 70^\circ$. Legyen $M\epsilon(AB)$ és $N\epsilon(AC)$, úgy hogy $\frac{MA}{MB} = \frac{2}{3}$ és $\frac{AN}{AC} = \frac{2}{5}$. Számítsd ki $\frac{NA}{NC}$ arány értékét és $m(\widehat{AMN})$.
2. Az ABCD konvex négyszögben az $\hat{A}$ szögfelezője párhuzamos a BC oldallal. Az $\hat{A}$ szögfelezője a BD egyenest E-ben, a DC egyenest pedig F-ben metszi. Igazoljuk, hogy:
   a) $\frac{AD}{AB} = \frac{DF}{FC}$, **b)** $\frac{CD}{DF} - \frac{AB}{AD} = 1$.
3. Az ABCD trapézban $AB \parallel CD$, E az (AB) felezőpontja, F pedig a (CD) felezőpontja, $AF \cap DE = \{P\}$ és $BF \cap CE = \{Q\}$. Igazoljuk, hogy:
   a) $PQ \parallel AB$, **b)** $PQ = \frac{AB \cdot CD}{AB+CD}$.
4. Legyen D egy pont az ABC háromszög belsejében. A D ponton keresztül meghúzzuk az EF párhuzamost az AB oldallal, a GH párhuzamost a BC oldallal, valamint az MN párhuzamost az AC oldallal, ahol $E, N\epsilon(BC)$; $H, F\epsilon(CA)$; $M, G\epsilon(AB)$. Igazoljuk, hogy $\frac{EF}{AB} + \frac{GH}{BC} + \frac{MN}{AC} = 2$.
5. Legyen P az ABC hármoszög BC oldalának egy pontja. A P ponton keresztül párhuzamost húzunk a háromszög $[AD]$ oldalfelezőjével, ahol $D \in BC$, mely az AB-t M-ben metszi az AC egyenest pedig N-ben metszi. Igazoljuk, hogy:
   a) $AM \cdot AC = AN \cdot AB$ **b)** $MP + NP = 2 \cdot AD$
6. Legyen ABCD egy rombusz. A C ponton keresztül húzott tetszőleges egyenes az AB és AD egyeneseket az M, illetve N pontokban metszi, $B \in (AM), D \in (AN)$). Mutassátok ki, hogy $\frac{1}{AM} + \frac{1}{AN} =$ állandó.
7. Legyen ABCD egy téglalap, melynek középpontja O és $m(\widehat{DAC}) = 60^\circ$. A $\widehat{DAC}$ szögfelezője a DC-t az S pontban metszi. Az OS és AD egyenesek L-ben metszik egymást, a BL és AC egyenesek metszéspontja pedig M. Mutassátok ki, hogy:
   a) az LAC_Δ egyenlő oldalú
   b) S az LAC_Δ súlypontja, M pedig a DBC_Δ súlypontja
   c) $SM \parallel LC$.
8. Az ABC derékszögű háromszög $[AB]$ és $[AC]$ befogóira kívül megszerkesztjük az ABDE és ACFG négyzeteket. A CD egyenes AB-t H-ban metszi, a BF egyenes pedig az AC-t K-ban metszi. Igazoljuk, hogy:
   a) $AH = AK$, **b)** $AH^2 = BH \cdot CK$.

<u>HÁZI FELADAT:</u>

9. Az ABCD paralelogramma $\widehat{ADC}$ szögének szögfelezője az (AB) oldalt E-ben metszi, a $\widehat{DEB}$ szög szögfelezője átmegy a C ponton. Tudjuk, hogy $m(\widehat{BCE}) = 15^\circ$.
   a) Számítsd ki az ABCD paralelogramma szögeinek mértékét.
   b) Ha $N \in (DE)$, $DN = \frac{1}{4}$ DE , $M \in (AE)$, $ME = \frac{1}{3}AE$ és $DM \cap AN = \{P\}$, számítsd ki a $\frac{DP}{PM}$ arány értékét.
10. Az ABC egyenlő szárú háromszögben $AB = AC = 15$ cm , $BC = 12$ cm. Legyen $E \in (AB)$ úgy, hogy $AE = 5$cm és $G \in (BC)$, $GC = 8$ cm. Igazold, hogy $GE \parallel AM$, ahol AM az ABC_Δ magassága, $M \in (BC)$.
11. Adott az ABC háromszög, AB= 4 cm, BC= 6 cm, AC= 5 cm. Meghosszabbítjuk az $[AB]$ oldalt a BD= 6 cm szakasszal és az $[AC]$ oldalt a CE= 3 cm.
    a) Számítsd ki a $[DE]$ szakasz hosszát.
    b) Ha $BC \cap DE = \{M\}$, számítsd ki az MCE_Δ kerületét !
12. Az ABCD trapézban $AB \parallel CD$, $AD = DC = BC = 3$ cm és $m(\hat{B}) = 60^\circ$
    a) Számítsd ki a trapéz kerületét.
    b) Igazold, hogy BD= 3DO , ahol $AC \cap BD = \{O\}$.
13. Az ABC háromszögben $D \in (AB)$, $E \in (AC)$ úgy, hogy $DB = \frac{5}{7}AB$. Legyen $\{M\} = CD \cap BE$, úgy hogy $DM = \frac{2}{9}DC$. Igazold, hogy $DE \parallel BC$.