

A feladatlapot összeállította: Szász Szilárd

A kör. Körbeírt szabályos sokszögek

Órán megoldott feladatok:

- (M.7.2017) Legyen $ABCD$ trapéz ($AB \parallel CD$) és $M \in [AB]$ egy pont úgy, hogy $DA = AM$ és $CB = BM$. Igazoljuk, hogy a trapéz szögfelezőinek metszéspontjai körbeírható négyszög csúcsai.
- Az XYZ derékszögű háromszögben, ha a ZXY szög α akkor a beírt kör sugara $r = \frac{1}{2}(y + z - x)$, ahol x, y, z jelöli a háromszög oldalainak hosszát.
- (Arany Dániel 2012/2013) Egy t területű derékszögű trapézban az oldalakat érintő r sugarú kör írható, ahol $t = \frac{25}{4}r^2$. Mekkora a trapéz alapjainak aránya?
- (M.3.2013) Az $ABCD$ húrnégyszög átlói merőlegesek egymásra. Az átlók O metszéspontjából az AB -re merőlegesen húzott $[OE]$ szakasz ($E \in (AB)$) a CD -t F -ben metszi. Jelöljük G -vel az F pontnak az AC -re eső vetületét, H -val pedig a DG és az OF egyenesek metszéspontját. Tudjuk, hogy $AB = 15$ és $AE = 3$. Számítsuk ki a CDH háromszög területét a $k = \frac{OD}{OA}$ arány függvényében.

Javasolt házi feladat:

- (M.3.2018) Az $ABCD$ konvex húrnégyszögben $AC \cap BD = \{M\}$, $BC = 4$ cm, $AM = 6$ cm, és az AC átló a BAD szögfelezője. Számítsd ki a $[CM]$ hosszát!
- (Arany Dániel 2014/2015) Legyen az ABC háromszög olyan, hogy A -nál és B -nél is hegyesszöge van. Ekkor állítsunk a C csúcsból merőlegest az AB oldalra, és jelölje a merőleges talppontját T ! Legyen az ATC háromszögbe írt kör sugara r_a , a BTC háromszögbe írt kör sugara r_b , az ABC háromszögbe írt kör sugara r . Bizonyítsuk be, hogy $r + r_a + r_b = CT$, akkor a háromszögnek C -nél derékszöge van!
- (Országos, Bukarest 2015) Adott az ABC háromszög, ahol $m(\hat{B}) = 90^\circ$. Az ABC háromszög beírt körének középpontja I , és a kör a háromszög $[AB]$, $[BC]$ és $[AC]$ oldalait rendre a F , D és E pontokban érinti. Ha $CI \cap EF = \{M\}$ és $DM \cap AB = \{N\}$, mutasd ki, hogy:
 - $AI = ND$;
 - $FM = \frac{EI \cdot EM}{EC}$.

Kiegészítő feladatok:

- (M.5.2017) Az ABC háromszögben $AB < AC$, legyen I a háromszögbe írt kör középpontja és D a (BC) oldal felezőpontja. A D pontban a BC oldalra húzott merőleges a CI egyenest E pontban, a BI egyenest F pontban metszi és a BIC szög mértéke 135° . Számítsd ki az EF távolságot az ABC háromszög oldalainak függvényében.
- (M.3.2013) Egy egyelő szárú trapéz átlói merőlegesek egymásra. Bizonyítsuk be, hogy a trapéz köré írható kör középpontjának a nagyalaptól mért távolsága egyenlő az átlók metszéspontjának a kislaptól mért távolságával.