

## Egyenletek

### Órán megoldott feladatok

1. Oldd meg a valós számok halmazán:

$$\frac{x-1}{a-1} + \frac{x-2}{a-2} + \frac{x-3}{a-3} + \dots + \frac{x-n}{a-n} = \frac{nx}{a}, \text{ ahol } a > n; a, n \in \mathbb{N}^*$$

2. Oldd meg az egész számok halmazán:

$$\frac{4}{x-11} + \frac{6}{x-9} + \frac{8}{x-7} + \frac{10}{x-5} + \frac{12}{x-3} + \frac{14}{x-1} = 6$$

3. Oldd meg a valós számok halmazán a következő egyenleteket, ahol  $m$  valós paraméter:

a) 
$$\frac{5x^2 + mx - 3m}{x + 1} = 5x - 1$$

4. Határozd meg az  $x$  valós szám értékét a következő egyenletből:

$$\left(1 - \frac{1}{x^2}\right) \cdot \left[1 - \frac{1}{(x+1)^2}\right] \cdot \dots \cdot \left[1 - \frac{1}{(x+2005)^2}\right] = \frac{x-1}{x}$$

5. Oldd meg az egész számok halmazán:

$$x^3 - 3xy + y^3 = 3$$

### Kiegészítő feladatok

6. a) Igazold, hogy nem létezik  $x, y \in \mathbb{N}$  úgy, hogy:  $x + 4^y = x^3$

b) Határozd meg  $x, y \in \mathbb{N}$  úgy, hogy:  $x + 6 \cdot 4^y = x^3$

7. Oldd meg az egész számok halmazán:

$$x^2 + 36x + 99 - 2^y = 0$$

8. Oldd meg a valós számok halmazán:

$$\frac{x+y}{2x^2+2y^2+1} + \frac{x+z}{2x^2+2z^2+1} + \frac{y+z}{2y^2+2z^2+1} = \frac{x^2+y^2}{(x+y)^2} + \frac{x^2+z^2}{(x+z)^2} + \frac{y^2+z^2}{(y+z)^2}$$

9. Oldd meg a természetes számok halmazán:

$$(x-1)^2 + (x+y)^2 + (2y-z)^2 = 2y$$

10. Adott  $x, y, z \in \mathbb{R}$ , oldd meg az egyenletet:

$$x^2 + y^2 + z^2 + 19 = 4|x-1| + 2|y-2| + 2(x+2y+3z)$$

11. Oldd meg a valós számok halmazán a következő egyenleteket:

a) 
$$\sqrt{x-2\sqrt{x-1}} - \sqrt{x+3-4\sqrt{x-1}} = 1$$

b) 
$$x + \sqrt{x-4} + \sqrt{x+4 \cdot \sqrt{x-4}} = 9$$

12. Ha  $a, b \in (0, +\infty)$ , oldd meg az egyenletet:

$$\left| x - \frac{2ab}{a+b} \right| + |x - \sqrt{ab}| = x - \frac{a+b}{2}$$

13. Oldd meg az egyenletet:

$$\frac{1}{(x+a)^2 - b^2} + \frac{1}{(x+b)^2 - a^2} + \frac{1}{-x^2 + (a+b)^2} + \frac{1}{-x^2 + (a-b)^2} = 0$$

**Házi feladat:**

1. Oldd meg a valós számok halmazán:

a)  $\frac{x+1}{2} + \frac{2x+1}{3} + \frac{3x+1}{4} + \dots + \frac{nx+1}{n+1} = n, \text{ ahol } n \in \mathbb{N}^*$

b)  $\frac{x}{1 \cdot 2} + \frac{x}{2 \cdot 3} + \frac{x}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{x}{1999 \cdot 2000} = 1999$

c)  $x^2 + \frac{x^2+1}{2} + \frac{x^2+3}{4} + \frac{x^2+5}{6} + \dots + \frac{x^2+2001}{2002} = 1002$

2. Oldd meg a valós számok halmazán a következő egyenleteket, ahol  $m$  valós paraméter:

$$\frac{(2m+1)x}{m+1} - \frac{4x+1}{3-m} = x - \frac{(m-7)x-2}{m^2+2m-3}$$

3. Határozd meg az  $x$  valós szám értékét a következő egyenletekből, ahol  $a, b, c \in \mathbb{R}$

a)  $\frac{x-a}{b+c} + \frac{x-b}{a+c} + \frac{x-c}{a+b} = 3$

b)  $\frac{x-a_1}{a_2+a_3+\dots+a_n} + \frac{x-a_2}{a_1+a_3+a_4+\dots+a_n} + \dots + \frac{x-a_n}{a_1+a_2+\dots+a_{n-1}} = n$

4. Oldd meg a következő egyenletet:

$$(x^2 - 2x + 1)^2 + (x^2 - 3x + 2)^2 + (x^2 - 4x + 3)^2 + \dots + [x^2 - (n+1)x + n]^2 = 0$$